

Relatividad y Gravitación, 2002/2
Prof. Máximo Bañados

Tarea # 6

Fecha Entrega: 27/11 (en ayudantía)

1. Las ecuaciones de Einstein para un fluido ideal con una presión negativa constante $p = -\rho$ son

$$G_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu}$$

donde $\Lambda = p$ se denomina Constante Cosmológica. Considere un ansatz para la métrica

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2$$

y encuentre la función $f(r)$ talque esta métrica satisfaga la ecuación anterior. Note que su solución debe reducirse a la métrica de Schwarzschild cuando $\Lambda = 0$. Para valores grandes del radio r , ¿es esta solución asintóticamente plana?

2. Considere la métrica en tres dimensiones

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\phi^2$$

donde $f(r) = -M + r^2/l^2$ y l es una constante.

(i) Demuestre que esta métrica satisface las ecuaciones de Einstein en tres dimensiones con una constante cosmológica. Encuentre Λ en términos de l .

(ii) Encuentre explícitamente las coordenadas de Kruskal para esta métrica.

3. Considere el siguiente modelo cosmológico anisotrópico (métrica de Kasner):

$$ds^2 = -dt^2 + t^{2p_1} dx^2 + t^{2p_2} dy^2 + t^{2p_3} dz^2$$

Encuentre las condiciones sobre las constantes $\{p_1, p_2, p_3\}$ de modo que esta métrica satisfaga las ecuaciones de Einstein en el vacío $G_{\mu\nu} = 0$.