

Interrogación # 3

TIEMPO: 2 horas

1. Considere la siguiente métrica en dos dimensiones

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)}. \quad (1)$$

Resuelva la siguiente ecuación $R = \Lambda$, donde Λ es una constante y encuentre la forma de la función $f(r)$. (En dos dimensiones el tensor de Einstein es idénticamente zero, y la ecuación correcta en este caso es $R = \Lambda$.)

2. Considere las geodésicas tipo luz en la métrica de Schwarzschild,

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2d\Omega, \quad f(r) = 1 - \frac{2M}{r} \quad (2)$$

Directamente de la ecuación de la geodésica demuestre que existe una órbita circular para el fotón. Determine el radio de esta órbita. Usando el potencial efectivo determine si esta órbita es estable o no.

3. En un tiempo t_1 , una estrella A emite dos rayos de luz separados por un pequeño tiempo δt_B . Estos rayos son recibidos en otra estrella muy lejana llamada B , en un tiempo r_2 , y con una diferencia temporal δt_B . Considerando la expansión del universo, y asumiendo que los fotones viajan en una métrica bidimensional,

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dr^2 \quad (3)$$

calcule δt_B en términos de δt_A y $a(t)$.