

Interrogación # 1

TIEMPO: 2 horas

1. La ecuación de Lorentz no-relativista para una partícula cargada es

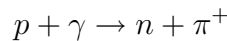
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Estas son *tres* ecuaciones que determinan completamente las funciones $\vec{x}(t)$ (dadas las condiciones iniciales). Por otro lado, la versión relativista entrega *cuatro* ecuaciones

$$\frac{dp^\mu}{d\lambda} = qF^\mu{}_\nu u^\nu$$

($p^\mu = m_0 u^\mu / \sqrt{-u^\alpha u_\alpha}$). Resuelva esta aparente paradoja demostrando que la ecuación temporal $\mu = 0$ no es independiente de las tres ecuaciones espaciales $\mu = i$. Ayuda: Considere el parámetro $\lambda = \tau =$ tiempo propio. Haga el cálculo en su forma completamente relativista sin ninguna aproximación. Puede dar una interpretación a la ecuación temporal?

2. Los rayos cósmicos son partículas (protones) que viajan grandes distancias extragalácticas. Estos protones interactúan con la radiación de fondo CMB mediante la reacción



(γ es un fotón del CMB). Asumiendo un choque unidimensional, evalúe la energía mínima del protón E_p (en el sistema CMB) para que esta reacción pueda ocurrir. En “el sistema CMB” el fotón tiene energía E_γ y el protón es ultrarelativista, $v \approx 1$. Expresé su resultado en términos de las masas de todas las partículas y la energía del fotón.

Para estimar este valor, considere (una aproximación muy cruda) $E_\gamma = 10^{-4}$ eV, $m_p \approx m_n = 10^3$ MeV, y $m_{\pi^+} = 10^2$ MeV.

Espera Ud. que protones con energías mayor que este valor lleguen a la Tierra?

3. Considere la acción para una partícula relativista

$$I = -m \int d\lambda \sqrt{-g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu} \quad (1)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es un campo tensorial con componentes

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -(1 + 2\Phi(\vec{x})) & 0 \\ 0 & \delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (2)$$

con $\Phi(\vec{x}) \ll 1$. Escogiendo $\lambda = t$ encuentre el límite no-relativista de esta acción (assuma que las velocidades son muy pequeñas y que $\Phi \ll 1$). Recuerde, si $x \ll 1$ entonces $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$. Interprete el resultado para $\Phi = -MG/r$. Podría Φ ser un campo Coloumbiano? Explique.