Pontificia Universidad Católica de Chile - Facultad de Física
QM II - FIS1533

Guía 1 de Ejercicios

Profesor: Max Bañados

Ayudante : Nicolás Pérez (nrperez@uc.cl)
Facultad de Física UC

Spin

1. Considere un sistema de spin 1/2. ¿Cuáles son los autovalores y autoestados del operador $S_x + S_y$?. Suponga que una medida de este operador es realizada, y el sistema está en el estado correspondiente al autovalor más largo. ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de S_z nos de $\hbar/2$?

2. Un electrón está en el estado de spin:

$$\chi = A \begin{pmatrix} 3i \\ 4 \end{pmatrix} \tag{1}$$

   (a) Determine la constante de normalización A
   (b) Encuentre los valores de expectación de S_x,S_y y S_z
   (c) Encuentre las incertezas $\sigma_{S_x}, \sigma_{S_y}$ y σ_{S_z}

3. **Precesión de Larmor** Imagine una partícula de spin 1/2 en reposo en una campo magnético uniforme, el cuál apunta en la dirección z:

$$\vec{B} = B_0 \hat{k} \tag{2}$$

   Si midiera la componente del momento angular de spin a lo largo de la dirección x en un tiempo t, ¿Cuál es la probabilidad de obtener $+\hbar/2$? ¿y en el eje y? ¿y en el eje z?.

4. Un electrón está en reposo en un campo magnético oscilante.

$$\mathbf{B} = B_0 cos(\omega t)\hat{k}$$

   donde B_0 y ω son constantes.

   (a) Construya la matriz del Hamiltoniano para este sistema.
   (b) El electron comienza (en t=0) en el estado spin-up con respecto al eje x [esto es, $\chi(0) = \chi_+^{(x)}$]. Determine $\chi(t)$ en cualquier tiempo posterior. *Cuidado:* Este es un Hamiltoniano dependiente del tiempo, de modo que no puede obtener $\chi(t)$ en la forma usual a partir de estados estacionarios. Afortunadamente, en este caso puede resolver la ecuación de Schrodinger dependiente del tiempo directamente.
   (c) Encuentre la probabilidad de obtener $-\hbar/2$ si mide S_x.

(d) Cuál es el campo mínimo (B_0) requerido para forzar una vuelta completa en S_x?

5. - Considere un sistema de spin 1/2. Cuales son los autovalores y autovectores normalizados del operador $A\hat{s}_y + B\hat{s}_z$, donde $\hat{s}_y$ y $\hat{s}_z$ son los operadores de momentum angular, y A y B son constantes reales.
   - Asuma que el sistema está en el estado correspondiente al autovalor superior. ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de $\hat{s}_y$ llevará al valor $\hbar/2$?

6. Muestre que si U es una matriz unitaria 2x2, siempre puede ser expresada como:

$$U = e^{i\gamma}(1cos\omega + i\hat{n} \cdot \sigma sin\omega)$$

donde γ y ω son ángulos reales, y $\hat{n}$ es un vector real unitario