

Guía 2 de Ejercicios

Profesor: Max Bañados

*Ayudante : Nicolás Pérez (nrperez@uc.cl)
Facultad de Física UC*

Spin

1. Suponga que dos partículas de spin $1/2$ están en configuración de singlete. Sea $S_a^{(1)}$ la componente del momento angular de spin de la partícula número 1 en la dirección definida por el vector unitario \hat{a} . Similarmente, sea $S_b^{(2)}$ la componente del segundo momento angular en la dirección \hat{b} . Muestre que:

$$\langle S_a^{(1)} S_b^{(2)} \rangle = -\frac{\hbar^2}{4} \cos\theta \quad (1)$$

donde θ es el ángulo entre \hat{a} y \hat{b} .

2. Dos partículas de spin $1/2$ forman un sistema compuesto. Spin A está en el autoestado $S_z = +1/2$ y spin B en el autoestado $S_x = +1/2$. ¿Cuál es la probabilidad de que una medición del spin total resultará en el valor 0?
3. Considere dos partículas de spin $1/2$ (electrones) en un estado de spin singlete.
- (a) Si una medida del spin de uno de los electrones muestra que está en un estado con $s_z = 1/2$, ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de la componente z del spin del otro electrón entregue $s_z = 1/2$?
 - (b) Si una medida del spin de uno de los electrones muestra que está en el estado con $s_y = 1/2$, ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de la componente x del spin nos de $s_x = 1/2$ para el segundo electrón?
 - (c) Si el electrón (1) está en el estado descrito por $\cos\alpha_1\chi_+ + \sin\alpha_1 e^{i\beta_1}\chi_-$ y el electrón (2) está en el estado descrito por $\cos\alpha_2\chi_+ + \sin\alpha_2 e^{i\beta_2}\chi_-$, ¿Cuál es la probabilidad que el estado de dos electrones esté en un estado de triplete?
4. Considere un sistema compuesto por dos partículas de spin $1/2$. Para $t < 0$, el Hamiltoniano no depende del spin y puede ser tomado como cero al ajustarse apropiadamente la escala de energía. Para $t > 0$, el Hamiltoniano es dado por:

$$H = \left(\frac{4\Delta}{\hbar^2} \right) \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \quad (2)$$

Suponga que el sistema está en $|+ -\rangle$ para $t \leq 0$. Encuentre, como una función del tiempo, la probabilidad de ser encontrado en cualquiera de los siguientes estados:

$$|+ +\rangle \quad |+ -\rangle \quad | - +\rangle \quad | - -\rangle$$

5. Considere un sistema de dos fermiones no-idénticos, cada uno con spin $1/2$. Uno está en el estado con $S_{1x} = \hbar/2$ mientras el otro está en el estado con $S_{2y} = -\hbar/2$. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al sistema en el estado con números cuánticos totales $s = 1, m_s = 0$, donde m_s se refiere a la componente z del spin total?