

Guía 5 - Fuerzas Centrales - Átomo de Hidrógeno

Ayudante : Nicolás Pérez (nrperez@uc.cl)
Profesor : Max Bañados

Problema 1

Considere el potencial atractivo

$$V(r) = -V_0 e^{-\alpha r}$$

para $l = 0$. Este es uno de los pocos problemas con solución analítica. Hint: Cambie variables a $u = e^{-\alpha r}$. La ecuación resultante es la ecuación de Bessel. Discuta cuidadosamente las condiciones de borde que obedecerá $\phi(u) = R(r)$

Problema 2

Una partícula se mueve en pozo potencial:

$$V(r) = -V_0 \quad \text{para } r < a$$
$$V(r) = 0 \quad \text{para } r > a$$

Encuentre la ecuación trascendental que lleva a los autovalores de energía para un estado con momento angular l . ¿Cuál es la mínima degeneración de este estado? Si un protón y un neutrón están ligados en un estado $l = 0$ con energía de 2.2 MeV, determine V_0 dado que $a \approx 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$

Problema 3

Un electrón en el campo de Coulomb de un protón está en un estado descrito por el ket:

$$\frac{1}{6}[4|1, 0, 0\rangle + 3|2, 1, 1\rangle - |2, 1, 0\rangle + \sqrt{10}|2, 1, -1\rangle]$$

donde las etiquetas son $|n, l, m\rangle$. Encuentre:

- El valor de expectación de la energía
- El valor de expectación de L^2
- El valor de expectación de L_Z

Problema 4

Una partícula de masa m se mueve en un potencial logarítmico:

$$V(r) = C \ln(r/r_0)$$

Muestre que:

- Todos los autoestados tienen la misma velocidad cuadrática media. Encuentre esta velocidad cuadrática media

- El espaciamiento entre dos niveles cualquiera es independiente de la masa m .

Problema 5

En un tiempo $t = 0$ la función de onda para el átomo de Hidrógeno es:

$$\psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}}(2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1})$$

donde los subscripts son los valores de los números cuánticos n, m, l . Ignore transiciones radiativas o de spin.

- ¿Cuál es el valor de expectación para la energía de este sistema?
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el sistema con $l = 1, m = +1$ como una función del tiempo?
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un electron dentro de un rango de $10^{-10}cm$ del protón (al tiempo $t=0$)? (Un buen resultado aproximado es aceptable)
- ¿Cómo evoluciona esta función de onda en el tiempo, i.e., cuál es $\psi(\mathbf{r}, t)$?
- Suponga que se hace una medición que muestra que $L = 1$ y $L_z = +1$. Describa la función de onda inmediatamente después de hacer dicha medición en términos de los ψ_{nlm} usados arriba.

Problema 6

Una partícula no relativista de masa m se mueve en un potencial central $V(r)$ que desaparece en $r \rightarrow \infty$. Nos es dado que un autoestado exacto es:

$$\psi(\mathbf{r}) = Cr^{\sqrt{3}}e^{-\alpha r} \cos\theta$$

donde C y α son constantes.

- ¿Cuál es el momento angular de este estado?
- ¿Cuál es la energía?
- ¿Qué es $V(r)$?

Problema 7

Asumiendo que las autofunciones para el átomo de Hidrógeno tengan la forma $r^\beta e^{-\alpha r} Y_l^m$, con parámetros indeterminados α y β , resuelva la ecuación de Schrödinger. ¿Se obtienen todas las autofunciones y autovalores de esta manera?