Pontificia Universidad Católica de Chile - Facultad de Física
QM I - FIZ0322

Guía 1 de Ejercicios

Profesor: Max Bañados

Ayudante : Nicolás Pérez (nrperez@uc.cl)
Facultad de Física UC

Generalidades, ecuación de Schrödinger y Incertidumbre de Heisenberg

1. Una partícula de masa m está en el estado:

$$\Psi(x,t) = Ae^{-a[(mx^2/\hbar)+it]}$$

   donde A y a son constantes positivas reales.

   (a) Encuentre A.
   (b) Para que función de energía potencial $V(x)$ se tiene que Ψ satisface la ecuación de Schrödinger.
   (c) Calcule los valores de expectación de x,x^2,p y p^2
   (d) Encuentre σ_x y σ_p. ¿Es su producto consistente con el principio de incertidumbre?

2. Calcule $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$, σ_x y σ_p para el estado estacionario nésimo del pozo cuadrado infinito. Compruebe que el principio de incertidumbre se satisface. ¿Qué estado se acerca más al límite de la incerteza?

3. Dado

$$\psi(x) = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{-1/4} e^{-\alpha x^2/2}$$

   Calcule:

   (a) $\langle x^n \rangle$
   (b) $\sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \Delta x$

   Ahora, calcule la función de onda en el espacio de momentum. Utilice esta función de onda y calcule:

   (a) $\langle p^n \rangle$
   (b) $\sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2} = \Delta p$

   Finalmente, calcule el valor de $\Delta x \Delta p$ usando los resultados previos.

4. Considere un potencial con doble función delta:

$$V(x) = -\alpha[\delta(x+a) + \delta(x-a)]$$

donde α y a son constantes positivas.

(a) Dibuje el potencial

(b) ¿Cuantos estados ligados posee? Encuentre las energías permitidas, para $\alpha = \hbar^2/ma$ y para $\alpha = \hbar^2/4ma$, y dibuje las funciones de onda.

(c) Encuentre el coeficiente de trasnmisión para el potencial dado

5. Considere un problema uno dimensional de una partícula de masa m en un potencial:

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty && para\ x < 0 \\ V(x) &= 0 && para\ 0 =< x =< a \\ V(x) &= V_0 && para\ x > a \end{aligned}$$

(a) Muestre que los estados de energía ligados ($E < V_0$) están dados por la ecuación:

$$tan\left(\frac{\sqrt{2mE}a}{\hbar}\right) = -\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$$

(b) Sin resolver más allá, dibuje la función de onda del ground state.

6. Resuelva la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para un pozo cuadrado infinito con una función delta en el centro:

$$\begin{aligned} V(x) &= \alpha\delta(x) && para\ -a < x < a \\ V(x) &= \infty && para\ |x| > a \end{aligned}$$

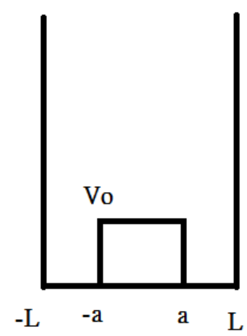
7. Utilice un potencial cuadrado donde la caja está formada por un potencial negativo pero a la izquierda del 0, tendremos un potencial infinito. Es decir:

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty && x < 0 \\ V(x) &= -V_0 && 0 < x < L \\ V(x) &= 0 && x > L \end{aligned}$$

(a) Resuelva la ecuación de Schrödinger en cada región e imponga condiciones de contorno

(b) ¿Qué estados *ligados* de energía $-V_0 < E < 0$ son posibles?

8. Consideremos el potencial de la figura en el caso en que $E < V_0$:



(a) Escribir la solución en cada región.

(b) Aplique las condiciones de contorno para los coeficientes de la parte anterior.

(c) Manipule las ecuaciones para hallar la ecuación trascendente que determina la cuantización de la energía.

(d) ¿Puede aproximar?

9. Encuentre las autofunciones y autovalores del operador de Hamilton para el siguiente potencial: